

Clasa XI - Analiza matematica

- I) **Mulțimea numerelor reale:** mărginire, puncta de acumulare, dreapta reală încheiată
 II) **Șiruri de numere reale:** definiție, proprietăți, șiruri convergente, operații cu limite de șiruri
 III) **Cazuri de nedeterminare la calculul limitelor de funcții (și metode de soluționare):**

$\infty - \infty$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0}{0}$	$\infty \cdot 0$	1^∞	0^0	∞^0
-------------------	-------------------------	---------------	------------------	------------	-------	------------

Metode specifice de soluționare a nedeterminărilor la calculul limitelor de șiruri și funcții

- IV) **Determinarea asimptotelor unei funcții reale** $f: D \rightarrow \mathbb{R}$

- 1) Asimptote verticale: $x_0 \in \mathbb{R}$ punct de acumulare finit pentru D

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \begin{cases} \pm\infty, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ este asimptota verticala la stanga} \\ \text{finita}, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ NU este asimptota verticala la stanga} \end{cases}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = \begin{cases} \pm\infty, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ este asimptota verticala la dreapta} \\ \text{finita}, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ NU este asimptota verticala la dreapta} \end{cases}$$

- 2) Asimptote orizontale (către $\pm\infty$)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \begin{cases} = l = \text{finita}, & \text{atunci dreapta de ecuație } y = l \text{ este asimptota orizontala spre } \pm\infty \\ \pm\infty, & \text{atunci dreapta de ecuație } y = l \text{ NU este asimptota orizontala spre } \pm\infty \end{cases}$$

- 3) Asimptote oblice (către $\pm\infty$):

$$\text{Daca } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m = \text{finit si nenul} \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \text{finit} \end{cases} \quad \text{atunci dreapta de ecuație } y = mx + n \text{ este asimptota oblica}$$

spre $\pm\infty$ pentru funcția f .

Observații: O funcție f NU admite simultan si asimptota orizontala si oblica spre $+\infty$.

- V) **Studiul continuității unei funcții** $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ într-un punct $x_0 \in D$:

- 1) Funcția f este continuă în punctul $x_0 \in D$ dacă și numai dacă

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = f(x_0)$$

- 2) Funcția f este continua pe mulțimea D dacă f este continuă în fiecare punct $x_0 \in D$.
 3) Funcțiile elementare sunt continue pe domeniul maxim de definiție.

Clasa XI-a - Algebra

- I) **Matrice – operații cu matrice**
 II) **Calculul determinaților de ordin 2 si 3:** reguli specifice determinanților de ordin 2, 3, regula generală (dezvoltarea după o linie sau coloană)
 III) **Geometrie analitica**
 1) Fie trei puncte $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3)$ în sistemul cartezian xOy :

- **Punctele sunt coliniare** dacă și numai dacă $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

- **Aria triunghiului** $M_1M_2M_3$ (dacă punctele sunt necoliniare): $S = \frac{1}{2} \cdot |\Delta|$, unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$.

2) Date punctele $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ în sistemul cartezian xOy , putem determina:

- **Ecuatia dreptei** M_1M_2 : $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

IV) Determinarea inversei unei matrice:

I) A inversabila daca si numai daca $\det A \neq 0$

II) Se scrie A^t (linia I din matricea A devine coloana I a matricei A^t)

III) Se determină A^* (prin înlocuirea fiecărui element a_{ij} din A^t cu complementul său algebric

$$\partial_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot \text{determinantul obținut din } A^t \text{ prin eliminarea liniei I și coloanei j})$$

IV) $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^*$

V) Rezolvarea de ecuații matriceale:

$$A \cdot X = B \text{ (A matrice patratica inversabila)} \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$X \cdot A = B \text{ (A matrice patratica inversabila)} \Rightarrow X = B \cdot A^{-1}$$

VI) Sisteme de ecuații liniare (teorema lui Cramer)

Un sistem pătratic de ecuații liniare are soluție unică (este compatibil determinat) daca si numai daca $\det A \neq 0$, unde A este matricea sistemului. In acest caz soluția sistemului este dată de formulele

$$x_i = \frac{d_i}{\det A},$$

unde d_i este determinantul obținut din A prin înlocuirea coloanei i cu coloana termenilor liberi a sistemului.

VII) (mate-info) Studiul compatibilității sistemelor liniare (pătrate):

1. Dacă $\det A = 0$:

- Rangul matricei sistemului, minor principal, minori caracteristici
- Sistemul este compatibil (are soluții) dacă și numai dacă toți minorii caracteristici (daca exista) sunt nuli
- Sistemul principal si rezolvarea acestuia cu **regula lui Cramer**

2. Dacă $\det A \neq 0$: **sistemul are soluție unică (este compatibil determinat)** - rezolvarea acestuia cu **regula lui Cramer**